

# Применение метода анализа иерархий при согласовании результатов оценки

*В настоящей статье рассматриваются возможности использования метода анализа иерархий при осуществлении процедуры согласования результатов оценки, полученных в рамках доходного, затратного и сравнительного подхода.*

## ВВЕДЕНИЕ

В статье «Применение MS Excel для решения задачи стоимостной оценки с использованием метода корреляционно-регрессионной зависимости»<sup>1</sup> был представлен аппарат экономико-математического моделирования, используемый в оценочной деятельности при расчете стоимости объекта в рамках сравнительного подхода. Таким же универсальным математическим инструментарием, используемым в оценочной деятельности, является метод анализа иерархий (МАИ). Основное применение данный метод находит при осуществлении процедуры согласования полученных результатов на основании затратного, сравнительного и доходного подходов и расчета итоговой стоимости оцениваемого объекта. Четкое математическое обоснование и простота вычислительных алгоритмов метода анализа иерархий позволяют произвести вычисления с помощью как программного пакета Microsoft Office Excel, так и специализированных программ поддержки принятия решений, реализующих метод анализа иерархий. Рассмотрим методологию данного математического инструментария более подробно на конкретном примере.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Данные для демонстрации применения МАИ при согласовании результатов оценки возьмем из отчета об оценке, согласно которому в соответствии с договором от 25 мая 2006 г. № 99 ООО «Оценщик» произвело оценку рыночной стоимости суммы затрат на воспроизводство, необходимой для возмещения реального ущерба и упущенной выгоды (табл. 1).

Таблица 1

**Рыночная стоимость объекта оценки, рассчитанная в рамках различных подходов**

Подход	Рыночная стоимость, руб.
Затратный	16 471 544
Сравнительный	18 316 017
Доходный	17 411 051

## ВЫБОР КРИТЕРИЕВ. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ В ВИДЕ ИЕРАРХИИ

Вершиной иерархии является главная цель (в нашем примере — расчет итоговой стоимости); элементы нижнего уровня представляют варианты достижения цели, альтернативы (результаты по стоимости, полученные при помощи доходного, затратного и сравнительного подхода); элементы промежуточных уровней соответствуют крите-

<sup>1</sup> Харитонов С. В., Черепанов В. Ю. Применение MS Excel для решения задачи стоимостной оценки с использованием метода корреляционно регрессионной зависимости // Прикладная информатика. 2011. № 6. С. 117–12

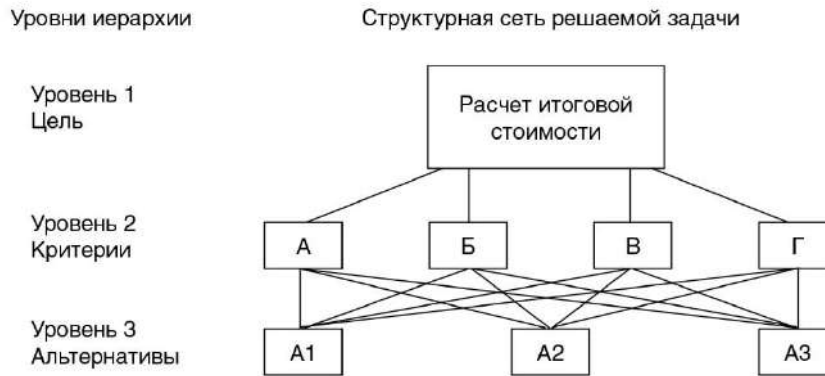


Рис. 1. Полная доминантная иерархия

риям, которые связывают цель с альтернативами (рис. 1).

Таким образом, необходимо сформулировать критерии, которые будут относиться ко второму уровню иерархии (они определяются экспертным путем специалистом, проводящим оценку объекта). Оценщиком были заданы следующие критерии:

- А — возможность отразить действительные намерения инвесторов и продавца;
- Б — тип, качество, обширность данных, на основе которых проводится анализ;
- В — способность используемых подходов учитывать конъюнктурные колебания;
- Г — способность учитывать специфические особенности объекта, влияющие на его стоимость (местонахождение, размер, потенциальная доходность).

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИОРИТЕТНЫХ КРИТЕРИЕВ. ПОСТРОЕНИЕ МАТРИЦ ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ

После того как задача представлена в виде иерархии, устанавливают приоритеты критериев и оценивают заданные альтернативы по выбранным критериям.

Приоритеты представляют собой вес того или иного элемента в заданной группе. Сумма приоритетов элементов, подчиненных одному элементу вышестоящего уровня иерархии, равна единице. Приоритет цели равен единице.

Далее проводятся парные сравнения элементов иерархии по отношению к заданному элементу вышестоящего уровня. Данный этап приводит к записи обратно симметричной матрицы, имеющей следующее свойство:

$$a_{ij} = 1/a_{ji}$$

При сравнении элемента матрицы с самим собой значимость равна единице. Таким образом, матрица парных сравнений имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 1/a_{12} & 1 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 1/a_{13} & 1/a_{23} & 1 & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1/a_{1n} & 1/a_{2n} & 1/a_{3n} & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

В рассматриваемой иерархии данные матрицы составляются для каждого из критериев второго уровня по отношению к цели задачи. Далее строятся матрицы парных сравнений для альтернатив (подходов к оценке) по отношению к критериям второго уровня.

Для проведения субъективных парных сравнений в математическом аппарате МАИ разработана шкала относительной важности, представленная в табл. 2.

Таблица 2

**Шкала относительной важности**

Интенсивность относительной важности	Определение	Объяснение
1	Равная важность	Равный вклад двух критериев в цель
3	Умеренное превосходство одного над другим	Опыт и суждения дают легкое превосходство одной альтернативы над другой
5	Существенное или сильное превосходство	Опыт и суждения дают сильное превосходство одного критерия над другим
7	Значительное превосходство	Одному из критериев дается настолько сильное предпочтение, что оно становится практически значительным
9	Очень сильное превосходство	Очевидность превосходства одного критерия над другим подтверждается наиболее сильно
2, 4, 6, 8	Промежуточные решения между двумя соседними суждениями	Применяется в компромиссных случаях
Обратные величины приведенных выше чисел	Если при сравнении одного критерия с другим получено одно из вышеуказанных чисел, то при сравнении второго критерия с первым получаем обратную величину	—

Построение матриц парных сравнений проводилось на основе проведения оценщиком парных сравнений при помощи шкалы относительной важности (табл. 2) и дальнейшего расчета приоритетов критериев по свойству обратной симметричности (табл. 3).

**Матрица сравнения критериев по отношению к цели**

Цель	А	Б	В	Г	Вес критерия
А	1,00	3,00	2,00	2,00	0,42
Б	0,33	1,00	0,50	0,50	0,12
В	0,50	2,00	1,00	1,00	0,23
Г	0,50	2,00	1,00	1,00	0,23

В таблицах 4–7 приведены матрицы оценки результатов по каждому критерию согласования.

Таблица 4

**Матрица оценки результатов по критерию А**

	зп	сп	дп	Вес подхода по критерию А
ЗП	1,00	0,20	0,20	0,09
СП	5,00	1,00	1,00	0,45
ДП	5,00	1,00	1,00	0,45

Таблица 5

**Матрица оценки результатов по критерию Б**

	зп	сп	дп	Вес подхода по критерию Б
зп	1,00	1,00	1,00	0,33
сп	1,00	1,00	1,00	0,33
дп	1,00	1,00	1,00	0,33

Таблица 6

**Матрица оценки результатов по критерию В**

	зп	сп	дп	Вес подхода по критерию В
зп	1,00	0,33	0,50	0,16
сп	3,00	1,00	2,00	0,54
дп	2,00	0,50	1,00	0,30

Таблица 7

**Матрица оценки результатов по критерию Г**

	зп	сп	дп	Вес подхода по критерию Г
зп	1,00	0,33	0,33	0,14
сп	3,00	1,00	1,00	0,43
дп	3,00	1,00	1,00	0,43

## СИНТЕЗ ПРИОРИТЕТОВ

Следующим этапом МАИ является синтез приоритетов, который позволяет объединить полученные результаты с целью анализа задачи расчета итоговой стоимости. На основании матриц парных сравнений рассчитываются локальные приоритеты, отражающие степень влияния элементов рассматриваемого уровня иерархии на элемент, расположенный уровнем выше. Для определения относительной ценности каждого элемента следует найти геометрическое среднее и с этой целью перемножить  $n$  элементов каждой строки и из полученного результата извлечь корни  $n$ -й степени (1).

Полученные числа необходимо нормализовать.

$$\omega_i = \sqrt[n]{a_{i1} \cdot a_{i2} \cdot \dots \cdot a_{in}}.$$

Для данных, которые приведены в табл. 3

$$\omega_1 = \sqrt[4]{1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = 1,86$$

$$\omega_2 = \sqrt[4]{0,33 \cdot 1 \cdot 0,5 \cdot 0,5} = 0,53$$

$$\omega_3 = \sqrt[4]{0,5 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1} = 1$$

$$\omega_4 = \sqrt[4]{0,5 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1} = 1.$$

Данный расчет проводится далее для каждой последующей таблицы (табл. 4–7). Для нормализации полученных чисел определяем нормирующий множитель  $r$  :

$$r = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \dots + \omega_n. \quad (2)$$

Далее каждое из чисел  $\omega_i$  делится на  $r$ :

$$q_{2i} = \omega_i : r, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n). \quad (3)$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$q_2 = (q_{21}, q_{22}, q_{23}, q_{24}, \dots, q_{2n}), \quad (4)$$

где индекс 2 означает, что вектор приоритетов относится ко второму уровню иерархии. Нормирующий коэффициент для рассматриваемого примера вычисляется как  $r = 1,86 + 0,53 + 1 + 1 = 4,39$ .

Элементы вектора приоритетов имеют следующие значения:

$$q_{21} = \omega_1 / r = 1,86 / 4,39 = 0,42$$

$$q_{22} = \omega_2 / r = 0,53 / 4,39 = 0,13$$

$$q_{23} = \omega_3 / r = 1 / 4,39 = 0,23$$

$$q_{24} = \omega_4 / r = 1 / 4,39 = 0,23.$$

Числа  $q_{21}; q_{22}; q_{23}; q_{24}$  являются компонентами вектора приоритетов критериев А, Б, В, Г, соответственно:

$$q_2 = (0,42; 0,13; 0,23; 0,23).$$

Подобную процедуру необходимо выполнить для всех таблиц (4–7), в результате чего будут получены следующие вектора:

$$q_{31} = (0,18; 0,41; 0,41)$$

$$q_{32} = (0,33; 0,33; 0,33)$$

$$q_{33} = (0,16; 0,54; 0,29)$$

$$q_{34} = (0,13; 0,47; 0,4).$$

## СОГЛАСОВАННОСТЬ ЛОКАЛЬНЫХ ПРИОРИТЕТОВ

Любая матрица парных сравнений в общем случае является не согласованной. Когда отклонения от согласованности превышают установленные пределы, возникает необходимость определения индекса согласованности и отношения согласованности. Индекс согласованности (ИС) для каждой матрицы иерархии может быть вычислен следующим способом.

Суммируются элементы каждого столбца заданной матрицы парных сравнений:

$$s_j = a_{1j} + a_{2j} + a_{3j} + \dots + a_{nj}, j = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (5)$$

Затем сумма значений каждого из столбцов умножается на соответствующую компоненту нормализованного вектора приоритетов:

$$p_j = s_j \cdot q_{2j}, j = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (6)$$

Сумма чисел  $p_j$  отражает пропорциональность предпочтений — чем ближе эта величина к  $n$  (числу объектов и видов действия в матрице парных сравнений), тем более согласованны суждения:

$$\lambda_{\max} = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n. \quad (7)$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности:

$$ИС = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}. \quad (8)$$

Для определения того, насколько точно ИС отражает согласованность суждений, его необходимо сравнить со случайным индексом (СИ) согласованности, который соответствует матрице со случайными значениями, выбранными из шкалы

$$\frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,$$

при условии равной вероятности выбора любого из приведенных чисел [1].

В таблице 8 приведены средние значения СИ для случайных матриц парных сравнений разного порядка.

Отношение ИС к среднему значению СИ для матрицы того же порядка называется отношением согласованности (ОС):

$$ОС = \frac{ИС}{СИ}. \quad (9)$$

Значение ОС, меньшее или равное 0,10, считается приемлемым.

Рассмотрим расчет ОС на примере матрицы второго уровня (табл. 3).

$$s_1 = 1 + 0,33 + 0,5 + 0,5 = 2,33$$

$$s_2 = 3 + 1 + 2 + 2 = 8$$

$$s_3 = 2 + 0,5 + 1 + 1 = 4,5$$

$$s_4 = 2 + 0,5 + 1 + 1 = 4,5$$

$$p_1 = s_1 \cdot q_{21} = 2,33 \cdot 0,42 = 0,97$$

$$p_2 = s_2 \cdot q_{22} = 8 \cdot 0,13 = 1,04$$

$$p_3 = s_3 \cdot q_{23} = 4,5 \cdot 0,22 = 1,03$$

$$p_4 = s_4 \cdot q_{24} = 4,5 \cdot 0,22 = 1,03$$

Таблица 8

**Средние значения СИ для случайных матриц парных сравнений разного порядка**

Размер матрицы	Среднее значение СИ
1	0,00
2	0,00
3	0,58
4	0,90
5	1,12
6	1,24
7	1,32
8	1,41
9	1,45
10	1,49
11	1,51
12	1,48
13	1,56
14	1,57
15	1,59

$$\lambda_{\max} = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 0,97$$

$$+ 1,04 + 1,03 + 1,03 = 4,07$$

$$ИС = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{(4,07 - 4)}{4 - 1} = 0,023$$

$$ОС = \frac{ИС}{СИ} = \frac{0,023}{0,9} = 0,025.$$

## СИНТЕЗ АЛЬТЕРНАТИВ

Для определения приоритетов альтернатив необходимо локальные приоритеты умножить на приоритет соответствующего критерия на вышестоящем уровне и найти суммы по каждому элементу в соответствии с критериями, на которые воздействует этот элемент [3].

Введем следующие обозначения:  $q_{3k}$  — вектор приоритетов  $k$ -й матрицы, расположенной на третьем уровне;

$q_{3ki}$  —  $i$ -й элемент вектора приоритетов  $k$ -й матрицы суждений, расположенной на третьем уровне;

$q_{2k}$  —  $k$ -й элемент вектора приоритетов матрицы суждений, расположенной на втором уровне;

$q_j$  — приоритет  $j$ -го элемента третьего уровня

Тогда приоритет  $j$ -го элемента третьего уровня определяется согласно формуле (10).

$$\begin{aligned}
 q_1 &= q_{311} \cdot q_{21} + q_{321} \cdot q_{22} + q_{331} \cdot q_{23} + q_{341} \cdot q_{24} + \dots + q_{3n1} \cdot q_{2n} \\
 q_2 &= q_{312} \cdot q_{21} + q_{322} \cdot q_{22} + q_{332} \cdot q_{23} + q_{342} \cdot q_{24} + \dots + q_{3n2} \cdot q_{2n} \\
 q_3 &= q_{313} \cdot q_{21} + q_{323} \cdot q_{22} + q_{333} \cdot q_{23} + q_{343} \cdot q_{24} + \dots + q_{3n3} \cdot q_{2n} \\
 &\dots\dots\dots \\
 q_n &= q_{31n} \cdot q_{21} + q_{32n} \cdot q_{22} + q_{33n} \cdot q_{23} + q_{34n} \cdot q_{24} + \dots + q_{3nn} \cdot q_{2n}
 \end{aligned} \tag{10}$$

Таблица 9

Матрица сравнения результатов

	А	Б	В	Г	Вес критерия
ЗП	0,18	0,33	0,16	0,13	0,18
СП	0,41	0,33	0,54	0,47	0,45
ДП	0,41	0,33	0,30	0,40	0,37

Приоритеты альтернатив для нашего примера получим следующим образом:

$$\begin{aligned}
 q_1 &= q_{311} \cdot q_{21} + q_{321} \cdot q_{22} + q_{331} \cdot q_{23} + q_{341} \cdot q_{24} = \\
 &= 0,18 \cdot 0,42 + 0,33 \cdot 0,13 + 0,16 \cdot 0,23 + \\
 &+ 0,13 \cdot 0,23 = 0,18 \\
 q_2 &= q_{312} \cdot q_{21} + q_{322} \cdot q_{22} + q_{332} \cdot q_{23} + q_{342} \cdot q_{24} = \\
 &= 0,41 \cdot 0,42 + 0,33 \cdot 0,13 + 0,54 \cdot 0,23 + \\
 &+ 0,47 \cdot 0,23 = 0,45 \\
 q_3 &= q_{313} \cdot q_{21} + q_{323} \cdot q_{22} + q_{333} \cdot q_{23} + q_{343} \cdot q_{24} = \\
 &= 0,41 \cdot 0,42 + 0,33 \cdot 0,13 + 0,30 \cdot 0,23 + \\
 &+ 0,40 \cdot 0,23 = 0,37.
 \end{aligned}$$



Определение итогового значения весов каждого подхода (табл. 9).

Согласно данным табл. 3 и полученным весам различных подходов расчет итоговой величины рыночной стоимости объекта оценки будет выглядеть, как показано в табл. 10.

Таблица 10

Расчет итоговой величины рыночной стоимости объектов оценки

Подходы	Стоимость, определенная в рамках подхода, руб.	Вес подхода	Взвешенная стоимость, руб.
Затратный	16471 544	0,18	2964 877
Сравнительный	18316 017	0,45	8242 208
Доходный	17411 051	0,37	6442 089

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Резюмируя изложение рассмотренного подхода, можно выделить следующие этапы алгоритма его применения:

1. Выбор критериев. Представление проблемы в виде иерархии (в практических целях является не обязательным).
2. Определение приоритетов критериев. Построение матриц парных сравнений.
3. Синтез приоритетов.
4. Синтез альтернатив.
5. Расчет итоговой стоимости.

Таким образом, необходимость применения МАИ в оценочной деятельности очевидна, что обусловлено, в первую очередь, особенностями каждого из подходов к определению стоимости.

## Список литературы

1. Саати Т. Л. *Принятие решений. Метод анализа иерархий*. М.: Радио и связь, 1993. С. 25.
2. Кацман В. Е., Косорукова И. В., Родин А. Ю., Харитонов С. В. *Основы оценочной деятельности*. М.: МФПУ «Синергия», 2012. — 336 с.
3. Гриненко С. В. *Экономика недвижимости*. Таганрог: ТРТУ, 2004. С. 60.

